

COMPETENCIA: NÚMEROS COMPLEJOS

DIVISIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

$$\frac{u}{v} = \left(\frac{z_1}{z_2}\right) [\cos(\alpha - \beta) + i \operatorname{sen}(\alpha - \beta)]$$

1. REALIZA LAS SIGUIENTES DIVISIONES DE NUMEROS COMPLEJOS

$$z_6 = 3(\cos 30^\circ + i \operatorname{sen} 30^\circ) \quad z_7 = 6(\cos 75^\circ + i \operatorname{sen} 75^\circ) \quad z_8 = 9(\cos 120^\circ + i \operatorname{sen} 120^\circ)$$

a) $\frac{z_8}{z_7} =$	b) $\frac{z_7}{z_6} =$	c) $\frac{z_8}{z_6} =$
------------------------	------------------------	------------------------

Proverbios 16: 7 Cuando los caminos del hombre son agradables a Jehová, Aun a sus enemigos hace estar en paz con él.

POTENCIA DE NÚMEROS COMPLEJOS

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = -i$$

$$z_1 = a + bi$$

$$(z_1)^2 =$$

$$(a + bi)^2 = a^2 + 2abi + b^2i^2 \quad i^2 = -1$$

$$z_1 = a - bi$$

$$(z_1)^2 =$$

$$(a - bi)^2 = a^2 - 2abi + b^2i^2 \quad i^2 = -1$$

$$z_1 = a + bi$$

$$(z_1)^3 = (a + bi)^3 = (a)^3 + 3(a)^2(bi) + 3(a)(bi)^2 + (bi)^3 =$$

$$z_1 = a - bi$$

$$(z_1)^3 = (a - bi)^3 = (a)^3 - 3(a)^2(bi) + 3(a)(bi)^2 - (bi)^3 =$$

$$Z^n = |Z|^n (\cos n \alpha + i \operatorname{sen} n \alpha)$$

1. REALIZA LAS POTENCIA DE NÚMEROS COMPLEJOS

$$z_6 = 3(\cos 30^\circ + i \operatorname{sen} 30^\circ) \quad z_7 = 4(\cos 75^\circ + i \operatorname{sen} 75^\circ) \quad z_8 = 5(\cos 120^\circ + i \operatorname{sen} 120^\circ)$$

a) $(z_6)^2 =$	b) $(z_7)^3 =$	c) $(z_8)^2 =$	d) $(z_6)^3 =$
----------------	----------------	----------------	----------------

2. EXPRESA LOS SIGUIENTES COMPLEJOS EN FORMA TRIGONOMÉTRICAS, APLICANDO TEOREMA DE MOIVRE.

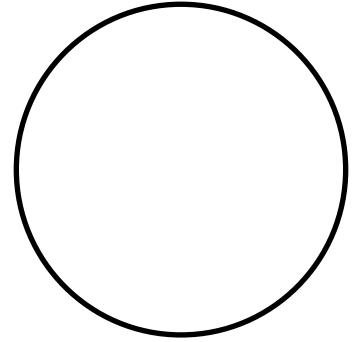
a) $(3 - 4i)^6 =$	b) $(-1 + \sqrt{3}i)^7 =$	c) $(1 + \sqrt{2}i)^6 =$
-------------------	---------------------------	--------------------------

Romanos 10:9 que si confesares con tu boca que Jesús es el Señor, y creyeres en tu corazón que Dios le levantó de los muertos, serás salvo.

RAICES DE NÚMEROS COMPLEJOS

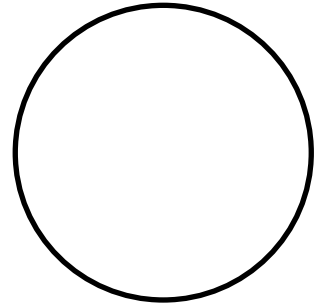
$$\sqrt[n]{Z} = \sqrt[n]{|Z|} \left(\cos \left[\frac{\alpha + 2\pi k}{n} \right] + i \operatorname{sen} \left[\frac{\alpha + 2\pi k}{n} \right] \right) \text{ donde } k = 0, 1, 2, 3 \dots (n - 1)$$

Dado el siguiente número, determine las raíces del siguiente radical $\sqrt[3]{8\frac{2\pi}{3}}$

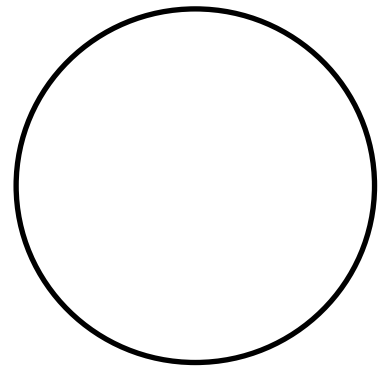


6. Un ingeniero planea hacer en el patio de su casa una piscina de forma triangular, los vértices de la piscina están definidos por las raíces del complejo $27\frac{2\pi}{5}$ ¿cuáles son las raíces de la piscina?

Grafica sus vértices en una circunferencia $\sqrt[n]{Z_\alpha} = \sqrt[n]{|Z|} \frac{\alpha + 2\pi k}{n}$



8. Un arquitecto planea hacer un edificio en forma triangular, los vértices de la maqueta están definidos por las raíces del número complejo $16\frac{\pi}{3}$ ¿Cuáles son las raíces del edificio en forma cuadrangular?



Docente: Recuerda que tu será quien enseñará la nueva generaciones, debe ser integro.

«Trabajemos por y para la patria, que es trabajar para nuestros hijos y para nosotros mismos». (J. P. Duarte)

«Nuestra Patria ha de ser libre e independiente de toda Potencia extranjera o se hunde la isla». (J. P. Duarte)

2. RESUELVE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS

1. En un circuito eléctrico, la impedancia de dos componentes está representadas por números complejos. La impedancia del primer componente es $Z_1 = 3 + 4i$ ohmios y la impedancia del segundo componente es $Z_2 = 8 - 6i$ ohmios.

Investiga qué es la impedancia

Nota: La impedancia de la partícula se calcula sumando las componentes.

¿Cuál es la impedancia total del circuito cuando los dos componentes están conectados en serie?

2. Una partícula se mueve en el plano complejo y su posición inicial está dada por el número complejo $Z_1 = 5 - 4i$. Después de un cierto tiempo, su posición cambia a $Z_2 = 8 + 6i$. **¿Cuál es el desplazamiento de la partícula en el plano complejo?**

Nota: El desplazamiento de la partícula se calcula restando la posición inicial de la posición final.

3. Un circuito eléctrico tiene dos fuentes de voltaje alterno representadas por los fasores (números complejos) $V_1 = 5\angle 45^\circ$ y $V_2 = 5\angle -60^\circ$. Encuentra el voltaje total resultante en el circuito.

Nota: utilizar el valor de los ángulos dado en decimales.

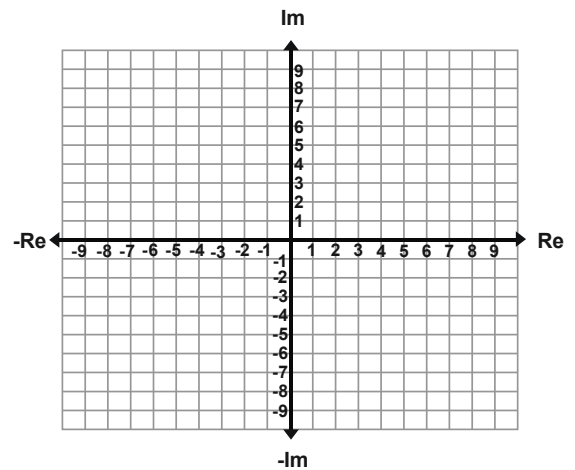
$$V_1 = 5(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) \quad V_2 = 7(\cos -60^\circ + i \sin -60^\circ)$$

4. Un barco navega 80 km en dirección noreste (60°) y luego 50 km en dirección sureste (135°). Encuentra el desplazamiento total del barco desde su punto de partida.

$$d_1 = 80 \text{ km} \angle 60^\circ \text{ y } d_2 = 50 \text{ km} \angle 135^\circ.$$

Nota: utilizar el valor de los ángulos dado en decimales.

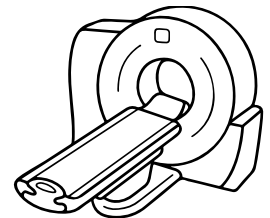
$$\text{desplazamiento}_1 = 60 (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) \quad V_2 = 7(\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$$



5. Una empresa eléctrica desea diseñar un aparato de resonancia magnética que funcione en forma bifásica, donde una fase responda según las propiedades de los números reales y la otra fase según las propiedades de los números imaginarios. Si el diseño responde a la siguiente ecuación compleja:

$$3Z - (2 + 4i) = \frac{Z}{2i}$$

Determina el número complejo que precisa el aparato para funcionar correctamente dentro del sistema eléctrico.



3. ENCIERRA LA RESPUESTA CORRECTA.

1. Es el cuadrante en el que se encuentra el número complejo $7 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{5\pi}{4} \right)$:

- a) I b) II c) III d) IV

2. Es el cuadrante en el que se encuentra el número complejo $2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{3} \right)^5$

- a) I b) II c) III d) IV

3. El número complejo $2 - 5i$ ¿entre cuáles medidas angulares se encuentra el ángulo que le corresponde?

- a) Entre 0 y 90 b) entre 90 y 180 c) entre 180 y 270 d) entre 270 y 360

4. El número complejo $2 + 5i$ ¿entre cuáles medidas angulares se encuentra el ángulo que le corresponde?

- a) Entre 0 y 90 b) entre 90 y 180 c) entre 180 y 270 d) entre 270 y 360

5. El número complejo $-2 - 5i$ ¿entre cuáles medidas angulares se encuentra el ángulo que le corresponde?

- a) Entre 0 y 90 b) entre 90 y 180 c) entre 180 y 270 d) entre 270 y 360

6. El número complejo $-2 + 5i$ ¿entre cuáles medidas angulares se encuentra el ángulo que le corresponde?

- a) Entre 0 y 90 b) entre 90 y 180 c) entre 180 y 270 d) entre 270 y 360

7. Es la forma trigonométrica equivalente al complejo 6_{43° :

- a) $6 + 4i$ b) $43 + 6i$ c) $(\cos 43^\circ + i \operatorname{sen} 43^\circ)$ d) $(\operatorname{sen} 43^\circ + i \cos 43^\circ)$

8. La característica de la ecuación $x^2 + 4 = 0$ es:

- a) Reales e iguales b) Reales y diferentes c) Compleja d) Complejas y conjugadas

9. La forma trigonométrica del complejo $-3i$ es igual a:

- a) $i \operatorname{sen} 180^\circ$ b) $-i \operatorname{sen} 180^\circ$ c) $3 (\cos 180^\circ + i \operatorname{sen} 180^\circ)$ d) $-3 (\operatorname{sen} 180^\circ + i \cos 180^\circ)$

16. La expresión en forma polar 9_{60° es el resultado de

- a) $(\sqrt{3}_{30^\circ})^2$ b) $(\sqrt{3}_{60^\circ})^2$ c) $(3_{30^\circ})^2$ d) $(3_{60^\circ})^2$

Santiago 1:5 Y si alguno de vosotros tiene falta de sabiduría, pídala a Dios, el cual da a todos abundantemente y sin reproche, y le será dada